

Wann hat eine Gleichung keine oder unendlich viele Lösungen?

Wenn x verschwindet

Beim Umformen kann x ganz verschwinden. Dann entscheidet die Aussage, die übrig bleibt: Ist sie falsch wie $3 = 5$, hat die Gleichung keine Lösung – die Lösungsmenge ist leer, $L = \{ \}$. Ist sie wahr wie $2 = 2$, ist jede Zahl eine Lösung, $L = Q$. Bleibt $x = 4$ stehen, gibt es genau eine Lösung, $L = \{4\}$.

Drei Fälle

$$x = 4$$

genau
eine: $L = \{4\}$

$$3 = 5$$

keine: $L = \{ \}$

$$2 = 2$$

alle Zahlen:
 $L = Q$

Beispiele

$$x + 3 = x + 5 \rightarrow 3 = 5 \quad L = \{ \}$$

$$2(x + 1) = 2x + 2 \rightarrow 2 = 2 \quad L = Q$$

$$2x + 1 = x + 5 \rightarrow x = 4 \quad L = \{4\}$$

So entscheidest du

- 1 **Forme um wie gewohnt.**
- 2 **Verschwindet x, schau auf die Aussage, die übrig bleibt.**
- 3 **Falsche Aussage: $L = \{ \}$. Wahre Aussage: $L = Q$.**

Gleich viele x auf beiden Seiten: nie genau eine Lösung

TIPP

Schau vor dem Rechnen auf die x-Glieder: Stehen links und rechts gleich viele x, verschwindet x beim Umformen – dann gibt es keine oder unendlich viele Lösungen.

Typische Falle

- Falsch: „Jede Gleichung hat genau eine Lösung.“ $x + 3 = x + 5$ hat keine – links ist immer 2 weniger.
- $3 = 5$ heißt nicht „verrechnet“, sondern: Keine Zahl passt.
- $0 = 0$ heißt nicht $x = 0$, sondern: Jede Zahl passt.

Wann hat eine Gleichung keine oder unendlich viele Lösungen?

Name: _____ Datum: _____

1 Löse und gib die Lösungsmenge an: {Zahl}, { } oder $\mathbb{Q}$.

$$x + 3 = x + 5 \rightarrow L = \boxed{}$$

$$2(x + 1) = 2x + 2 \rightarrow L = \boxed{}$$

$$2x + 1 = x + 5 \rightarrow L = \boxed{}$$

$$3x - 2 = 3x + 1 \rightarrow L = \boxed{}$$

$$4x - 8 = 4(x - 2) \rightarrow L = \boxed{}$$

$$5x + 2 = 2x + 11 \rightarrow L = \boxed{}$$

2 Zieh auf beiden Seiten die x-Glieder ab. Welche Aussage bleibt?

$$x + 3 = x + 5 \rightarrow \boxed{}$$

$$2(x + 1) = 2x + 2 \rightarrow \boxed{}$$

$$4x - 1 = 4x + 7 \rightarrow \boxed{}$$

$$3(x - 2) = 3x - 6 \rightarrow \boxed{}$$

Wann hat eine Gleichung keine oder unendlich viele Lösungen?

3 Hat die Gleichung genau eine Lösung? Schreib ja oder nein.

$5x + 1 = 5x + 4:$

$5x + 1 = 3x + 4:$

$2(3x - 1) = 6x - 2:$

$7x = 7:$

4 Stimmt das? Kreuze an.

	STIMMT	STIMMT NICHT
Jede Gleichung hat genau eine Lösung.	☐	☐
Bei $x + 3 = x + 5$ ist $L = \{ \}$.	☐	☐
Bleibt $0 = 0$ stehen, ist $x = 0$.	☐	☐
Bei $2(x + 1) = 2x + 2$ ist jede Zahl eine Lösung.	☐	☐
Bei $3x = 12$ ist $L = \{4\}$.	☐	☐

Wann hat eine Gleichung keine oder unendlich viele Lösungen?

5 Kreuze die richtige Antwort an.

Nils formt $x + 3 = x + 5$ um und erhält $3 = 5$. Er sagt: „Ich habe mich verrechnet.“ Was stimmt?

- ☐ Er hat recht, $3 = 5$ kann nicht herauskommen.
- ☐ Er hat richtig gerechnet: $3 = 5$ ist falsch, also hat die Gleichung keine Lösung.
- ☐ Dann ist $x = 5$.
- ☐ Dann ist $x = 3$.

Nach dem Umformen steht $0 = 0$ da. Was bedeutet das?

- ☐ $x = 0$ ist die einzige Lösung.
- ☐ Es gibt keine Lösung.
- ☐ Jede Zahl ist eine Lösung, denn die Aussage ist immer wahr.
- ☐ Man muss noch durch 0 teilen.

Welche Gleichung hat keine Lösung?

- ☐ $2x + 1 = 2x + 1$
- ☐ $2x + 1 = x + 3$
- ☐ $2x = 0$
- ☐ $2x + 1 = 2x + 3$

Wann hat eine Gleichung keine oder unendlich viele Lösungen?

ZUM KONTROLLIEREN

$L = \{ \}$ heißt keine Lösung, $L = \mathbb{Q}$ heißt jede Zahl ist Lösung. Prüf mit zwei eingesetzten Zahlen.

1 Löse und gib die Lösungsmenge an: {Zahl}, { } oder $\mathbb{Q}$.

$$x + 3 = x + 5 \rightarrow L = \{ \}$$

$$2(x + 1) = 2x + 2 \rightarrow L = \mathbb{Q}$$

$$2x + 1 = x + 5 \rightarrow L = \{4\}$$

$$3x - 2 = 3x + 1 \rightarrow L = \{ \}$$

$$4x - 8 = 4(x - 2) \rightarrow L = \mathbb{Q}$$

$$5x + 2 = 2x + 11 \rightarrow L = \{3\}$$

2 Zieh auf beiden Seiten die x-Glieder ab. Welche Aussage bleibt?

$$x + 3 = x + 5 \rightarrow 3 = 5$$

$$2(x + 1) = 2x + 2 \rightarrow 2 = 2$$

$$4x - 1 = 4x + 7 \rightarrow -1 = 7$$

$$3(x - 2) = 3x - 6 \rightarrow -6 = -6$$

Wann hat eine Gleichung keine oder unendlich viele Lösungen?

3 Hat die Gleichung genau eine Lösung? Schreib ja oder nein.

$5x + 1 = 5x + 4:$ nein

$5x + 1 = 3x + 4:$ ja

$2(3x - 1) = 6x - 2:$ nein

$7x = 7:$ ja

4 Stimmt das? Kreuze an.

	STIMMT	STIMMT NICHT
Jede Gleichung hat genau eine Lösung.	☐	☒
Bei $x + 3 = x + 5$ ist $L = \{ \}$.	☒	☐
Bleibt $0 = 0$ stehen, ist $x = 0$.	☐	☒
Bei $2(x + 1) = 2x + 2$ ist jede Zahl eine Lösung.	☒	☐
Bei $3x = 12$ ist $L = \{4\}$.	☒	☐

5 Kreuze die richtige Antwort an.

Nils formt $x + 3 = x + 5$ um und erhält $3 = 5$. Er sagt: „Ich habe mich verrechnet.“ Was stimmt?

☒ Er hat richtig gerechnet: $3 = 5$ ist falsch, also hat die Gleichung keine Lösung.

Links steht für jede Zahl 2 weniger als rechts, beide Seiten sind nie gleich.

Nach dem Umformen steht $0 = 0$ da. Was bedeutet das?

☒ Jede Zahl ist eine Lösung, denn die Aussage ist immer wahr.

$0 = 0$ stimmt, egal welche Zahl man vorher für x eingesetzt hat.

Welche Gleichung hat keine Lösung?

☒ $2x + 1 = 2x + 3$

Gleich viele x , aber verschiedene Zahlen: Es bleibt $1 = 3$.